

C'ERA UNA VOLTA

## 1917. D'Arcy Wentworth Thompson: quando la matematica animò la biologia.

di Luigi Tesio

Oggi troviamo normale affrontare temi biologici con il supporto -e soprattutto con il metodo- delle scienze "di base": chimica e fisica in primo luogo. Ed alla base delle discipline di base c'è il ragionamento matematico. Proprio in quanto biologico-matematica anche la Medicina ha ottenuto un posto fra le discipline scientifiche e non fra quelle "umanistiche", cui continua a strizzare l'occhio. Ma può la natura, e in particolare ciò che noi chiamiamo vita, essere davvero compresa facendola ricadere sotto regole matematiche: magari nascoste e complicate, ma pur sempre rigide regole? Queste regole sono una nostra

*invenzione*, che ci torna utile per semplificare un lavoro di ricerca che rimane sostanzialmente empirico? Oppure noi *scopriamo* regole insite nella natura, dominata da un ordine che tradisce uno scopo?

Non stiamo parlando di Leonardo da Vinci, ma di D'Arcy Thompson. Inglese, figlio di un grande naturalista/matematico/grecista, fu naturalista egli stesso. Agli inizi del secolo questo significava essere tassonomista e filogenetista: cultore dell'arte di classificare, inquadrare, correlare le più varie specie estinte e viventi. D'Arcy (così pare lo chiamassero tutti) fu grande osservatore, ma non sperimentò mai nulla. Nel 1917 pubblicò la prima versione di "On growth and form" (Crescita e forma"). Nel 1942 egli portò la sua opera da 700 a oltre 1100 pagine. Per nostra fortuna, nel 1961 John T. Bonner ne curò una versione abbreviata fino a 320 pagine. L'aggettivo non inganni: l'opera fu ripulita di parti ridonanti e arricchita di introduzione e note eccellenti. Il successo editoriale fu immenso: si contano 10 edizioni fino alla nostra del 1988 (1), ed anche una edizione italiana (Crescita e forma, Boringhieri) che mi risulta sia ormai introvabile.

Il filo conduttore del volume è

la ricerca di regole matematiche nelle forme degli esseri viventi. Regole che obbediscono a quella più generale di un adattamento alle forze presenti nell'ambiente fisico: "the form of an object is a diagram of forces".

In quegli anni era ormai all'apice il credito riconosciuto alla teoria Darwiniana. Lo stesso vale per la microbiologia; si preparava il decollo della moderna genetica. Era ormai accettato che le forme derivassero da mutazione genetica (casuale, ma comunque intrinseca ai meccanismi della vita): l'ambiente interviene solo in seconda battuta facendo scomparire i risultati peggiori. Quanto basta per fare di D'Arcy Thompson un pensatore eterodosso, un intellettuale eccentrico che, come vedremo, si sarebbe forse trovato in grande sintonia quella che, 40 anni dopo sarebbe divenuta la Medicina Fisica.

Per il Nostro non si può imprigionare nelle teorie Darwiniane il fatto che "non esistono forme organiche che non siano conformi a leggi fisiche e matematiche". Tanto più che "...non abbiamo chiare regole o criteri che ci dicano che cosa è 'vitale' e che cosa non lo è; l'intero insieme dei fenomeni cosiddetti vitali, o proprietà dell'organismo, non può essere chiara-

mente classificato in fenomeni di origine fisica e fenomeni che siano *sui generis* e specifici delle cose viventi”.

Già, le cose viventi: un lapsus rivelatore, avrebbe detto il suo contemporaneo Freud. Perché per D'Arcy sottomettere la biologia alla fisica non significa negare alla vita una sua specificità: perché per lui anche le cose vivono.

Uno sguardo ai titoli di alcuni dei 10 capitoli ci dà un'idea del contenuto: La dimensione; *Le forme delle cellule; Le forme delle corna e delle zanne; Teorie delle trasformazioni, ovvero il confronto di forme correlate.*

Cominciamo con le dimensioni. Un essere vivente non può cambiare impunemente dimensioni senza cambiare forma. E questo perché "...delle forze fisiche, alcune agiscono direttamente sulla superficie di un corpo o -detto altrimenti- in proporzione alla sua area; mentre altre -e soprattutto la gravità- agiscono su ogni sua particella, interna così come esterna- ed esercitano una forza che è proporzionale alla massa, e quindi, di solito- al volume del corpo". Questo è il motivo per cui -secondo un esempio che a D'Arcy sarebbe piaciuto (2) - un gatto non è la riduzione fotografica di un leone: il peso aumenta più o meno con il cubo delle dimensioni lineari, la forza di un arto con la sezio-

ne, e quindi con il quadrato. Il leone ha bisogno di arti proporzionalmente più larghi di quelli del gatto. E' il principio della cosiddetta "somiglianza dinamica", contrapposta alla somiglianza "geometrica", e alla base della scienza delle costruzioni. Ed è il motivo per cui "la Natura non può far crescere un albero né può costruire un animale che superino certe dimensioni, mantenendo le proporzioni ed utilizzando i materiali che sono sufficienti nel caso di strutture più piccole".

Da qui partono digressioni sulla struttura degli alberi, sui rapporti tra dimensioni e velocità di locomozione, altezza raggiungibile nel salto, metabolismo energetico.

A

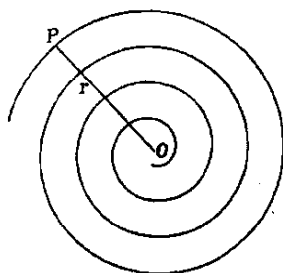


Fig. 72. The spiral of Archimedes.

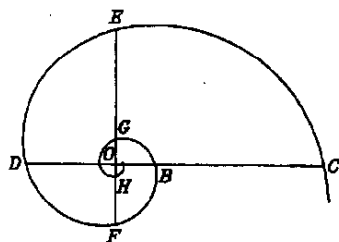
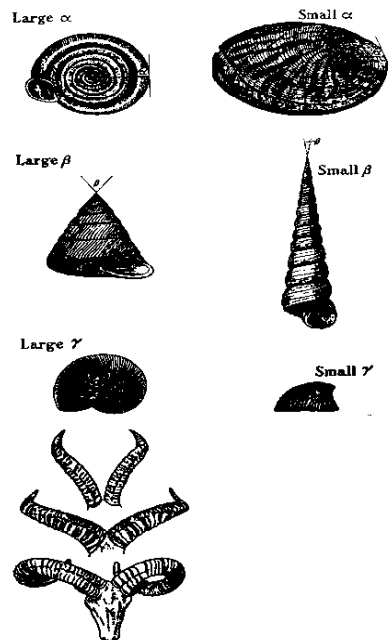


Fig 73. The equiangular spiral.

Fig 12. A: la spirale di Archimede, in alto, nasconde sotto un'apparente regolarità una grande irregolarità: le spire hanno forma l'una diversa dall'altra. Il contrario vale per la spirale "equiangolare", in basso, così definita perché qualsiasi raggio interseca le spire ad uno stesso angolo: ogni spira, opportunamente ridotta od ingrandita, è sovrapponibile alle altre spire.

B: (conchiglie e corna) crescono in forma di spira "equiangolare", sia pure con diversi parametri angolari: questo è il meccanismo di accumulo (non vera crescita) di materia inanimata per "secrezione" da un estremo, con angolazione costante, non importa in quale specie vivente. (da D'Arcy Thompson, 1)

B



Il rapporto superficie-volume aumenta quanto più piccolo è l'animale. Un topolino ha una superficie enorme, relativamente al suo peso. Per mantenere la sua temperatura nonostante la dispersione di calore attraverso la sua superficie, gli diviene necessario mangiare, per unità di peso, cinquanta volte quanto mangia un uomo. Convivere con la propria superficie è un problema anche maggiore per gli insetti: "Una mosca bagnata pesa il doppio di quando è asciutta" ... "un piccolo insetto resta imprigionato in una goccia d'acqua".

Il mondo microscopico non sfugge alla dipendenza dalle leggi fisiche: solo che ha leggi sue proprie. La tensione superficiale, quella strana forza che fa collabire una bolla di sapone, è forse irrilevante nel mondo macroscopico, ma diviene decisiva nel determinare la forma delle gocce d'acqua, delle meduse, delle cellule. Ed anche delle loro aggregazioni: gli embrioni allo stadio iniziale si segmentano spinti dalle stesse forze che dividono le bolle di sapone; il compattamento in forma esagonale è la regola per le cellule epidermiche così come per le celle di un alveare.

Magistrale la discussione sulla spirale, questa forma comune ad organismi viventi diversissimi. La figura 12 A rappresenta le due forme più note: la spirale di Archimede -sopra- e la spirale "equiangolare" - sotto. La prima ci appare più "regolare" perché le spire sono fra loro equidistanti. Qualsiasi raggio, però, interseca spire successive ad angoli via via decrescenti: nessuna spira ha la stessa "forma" della precedente. Nella seconda la distanza fra le spire aumenta progressivamente, ma l'angolo di intersezione con un raggio non cambia. Questo fa sì che due spire abbiano la stessa forma, non importa quanto lontane siano fra loro. E' la seconda spirale, dunque, e non la prima, quella che si mantiene sempre uguale a se stessa. Trovate un resto fossile o scheletrico con for-

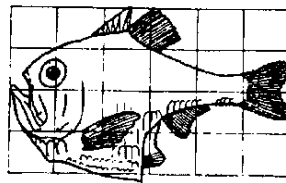


Fig. 146. *Argyropelecus olfersi*.

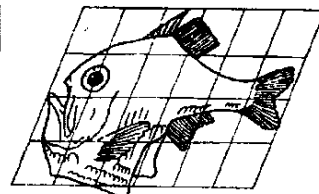


Fig. 147. *Sternopyx diaphana*.

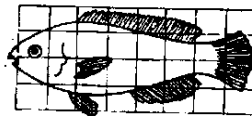


Fig. 148. *Scarus sp.*

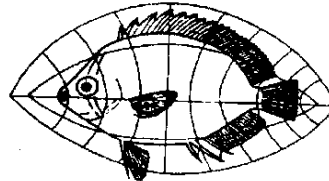


Fig. 149. *Pomacanthus*.

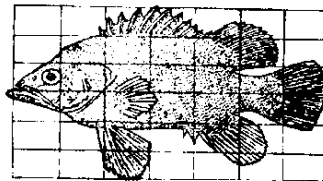


Fig. 150. *Polyprion*.

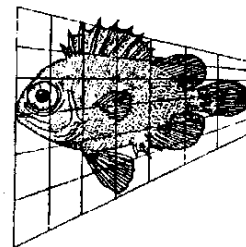


Fig. 151. *Pseudopriacanthus altus*.

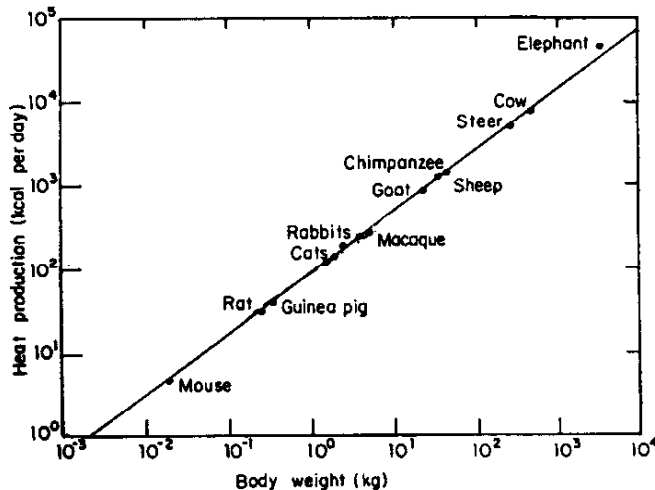
Fig. 13. Con "trasformazione delle coordinate" è possibile passare dalla morfologia di una specie a quella di una altra (da D'Arcy Thompson, 1)

ma di spirale equiangolare? O è una conchiglia, o è un corno, o è una zanna. Perché questa è la forma di una cosa in sé non vitale che si accumula a partire da un estremo, quindi con angolo costante, e che si avvolge su stessa, non importa a quale era geologica o specie sia appartenuta (Fig. 12).

L'organismo nel suo complesso è un individuo che obbedisce a leggi diverse da quelle dei suoi singoli componenti. Ma come spiegare -il che significa, per il Nostro, matematizzare- la fantastica varietà di forme degli esseri viventi? Occorre trovare altre "somiglianze": non bastano quella "dinamica" contrapposta a quella geometrica, o l'equazione della spirale che accomuna le più varie conchiglie, corna e zanne. Rimangono infinite differenze morfologiche che non sembrano seguire alcuna legge se non il capriccio della natura. Ed ecco che D'Arcy Thompson inventa il "metodo delle coordinate": per passare da un pesce ad un altro è sufficiente deformare in modo "semplice" (per esempio cambiando i coefficienti di una

stessa equazione) il reticolo di coordinate cartesiane in cui possiamo inscrivere la forma (Fig. 13). "...se... pesci diversi e dissimili possono essere riferiti nel loro insieme ad identiche funzioni di sistemi di coordinate molto diversi, questo fatto di per se stesso costituirà una prova che la variazione ha proceduto per linee definite ed ordinate, che una esaustiva 'legge di crescita' ha pervaso l'intera struttura nella sua interezza, e che essa è stata sotto il controllo di sistemi di forze più o meno semplici e riconoscibili". E la scoperta di similitudini "per trasformazione di coordinate" si estende alla forma di foglie, crani, crostacei. L'autore non nasconde la sua aversità alla teoria evolutiva, che lascia al vivente la prima mossa (la mutazione) per lasciar poi alla selezione ambientale il faticoso compito di rimuovere eventuali sbagli. Ed ecco che egli cerca un compromesso proponendo come fattore genetico favorevole non tanto questo o quel carattere, ma la capacità generale di adattarsi all'ambiente: solo così egli riesce spiegarsi la troppo perfetta corrispondenza fra am-

Fig 14. Produzione di calore in funzione del peso corporeo, in varie specie animali, in coordinate logaritmiche. Una semplice relazione matematica lega fra loro gli animali più diversi per tipo e dimensioni. (da Keiber M 1932, modificata).



biente ed organismi.

Ma lasciamo ai genetisti questo dibattito e arriviamo all'epilogo, due pagine poetiche: "...ho cercato di mostrare al naturalista come pochi concetti matematici e principi dinamici possano aiutarlo e guidarlo". "...l'armonia del mondo è resa manifesta nella Forma e nel Numero, e l'arte e anima e la poesia tutta della Filosofia naturale sono racchiuse nel concetto di bellezza matematica". E ancora: "Il vivente ed il morto, le cose animate ed inanimate, noi abitanti del mondo e questo mondo che ci ospita... siamo uniti da legge matematica e fisica". Non ci aspettavamo nulla di meno da un Autore che dichiarava nell'introduzione "Senza un poco della forza della fisica la filosofia sarebbe debole; e senza un poco della ricchezza della filosofia le scienze fisiche sarebbero povere".

Un primo commento spetta all'opera letteraria. Come dice la pregevole introduzione del curatore, il libro è insieme un testo scientifico e un'opera d'arte. Lo stile "non è condensato e asessuato come la solita prosa scientifica moderna, fatta a macchina ed elementare". Equazioni si intersecano con citazioni greche, latine, francesi e tedesche: eppure la prosa resta asciutta, scorrevole ed elegante. Ma insistere su questi aspetti dell'opera potrebbe sembrare una scappatoia per negarle un interesse scientifico, o

almeno storico.

Credo che D'Arcy Thompson abbia contribuito alla formazione di una grande tradizione della fisiologia, quella di cercare le grandi regole generali della vita sotto la frastornante varietà della natura. E in particolare, D'Arcy è inserito nel solco della fisiologia del metabolismo energetico e del lavoro muscolare. Energia viene scambiata da e verso l'ambiente: sotto forma di calore e di lavoro meccanico. La meccanica muscolare, la locomozione in terra, aria e acqua, non sono comprensibili senza un preciso riferimento alle leggi generali della fisica (3,4). Ogni volta che troviamo un grafico che lega in un'unica equazione gli individui più diversi o le specie più diverse (Fig. 14), troviamo qualche cosa di D'Arcy Thompson.

Ma dove sta l'interesse specifico per chi coltiva la Medicina Fisica e Riabilitazione? Credo che un poco di D'Arcy possa essere rivendicato anche da questa disciplina, per lo stesso motivo per cui - forse l'hanno chiamata "fisica".

La Medicina vincente - per altro grandissima - di questo secolo è stata quella che chiamerei "microscopico-chimica": batteri, virus, farmaci, genetica; una medicina che cura fin dentro la cellula, che aggridisce singole cause e quindi singoli organi "dal di dentro". E' una medicina così "interna" che prima

si è divisa in specializzazioni secondo criteri prevalentemente d'organo (neurologia, cardiologia, nefrologia) e ormai si affronta le basi molecolari di molte malattie.

La chimica, nell'opera di D'Arcy Thompson, è quasi assente. Per lui essa è la fisica dei livelli microscopici (e forse un fisico contemporaneo potrebbe dargli un poco di ragione).

Per D'Arcy le leggi fisiche sono specifiche per le parti o per l'intero, per le cellule, per i loro aggregati tissutali, o per l'individuo. Dunque, studiare una cellula non può surrogare lo studio del comportamento dell'individuo: il moto di un protozoo non è scientificamente più attraente della corsa di un'antilope.

La medicina "fisica" è tale non soltanto perché ha mantenuto la fiducia nei mezzi di cura fisici: esercizio, calore, energia elettrica. Più in generale essa è fisica (cioè, secondo l'etimologia, "naturale") perché agisce "da fuori", utilizzando l'interazione con l'ambiente. E' una medicina "esterna", che quindi interviene simultaneamente su diversi organi e funzioni: quanti e quante sono quelle coinvolti anche solo in un esercizio di cammino?

Lo scopo è il recupero funzionale dell'individuo: nient'altro che un migliore adattamento all'ambiente. Dunque Medicina Fisica è anche Riabilitazione.

Ma c'è qualche cosa che non riusciamo a condividere in questo piccolo capolavoro: una sorta di visione magico-numerica della realtà che viene da molto lontano. Pitagora e Platone sono citati con la deferenza che spetta a maestri quanto mai attuali. Si respira nel libro una pesante "teleologia", a mala pena attenuata da svogliate smentite dello stesso D'Arcy. Queste forme, così mirabilmente riconducibili a equazioni, sembrano proprio voler tendere a quelle equazioni. Ci sono solo cause, o

---

ci sono anche scopi? “..meccanismo e teleologia sono cose intrecciate... la loro unione è radicata nell'intima natura del tutto”..

Per D'Arcy Thompson tutto vive, in un universo permeato da uno stesso ordine. Lo scopo, però, sembra essere quest'ordine in sé: una visione poetica che apparirà arbitraria allo scienziato; e come un

prezioso gioco intellettuale, a chi non crede che la scienza sia tutto.

#### BIBLIOGRAFIA

1) D'Arcy Wentworth Thompson. On growth and form. Abridged edition. Edited by JT Bonner, Cambridge University Press 1988

2) McMahon TA. Muscles, Reflexes and Locomotion. Princeton University Press 1984.

3) Cavagna GA. Muscolo e locomozione. Raffaello Cortina Editore, Milano 1988

4) Di Prampero PE. La locomozione umana su terra, in acqua, in aria. Fatti e teorie. Edi. Ermes, Milano 1981